

Été 2025

À faire sans utiliser de calculatrice (voir page 4 pour le)

Exercice 1 Un peu de calcul numérique. *On attend les valeurs exactes.*

1. Calculer :

a. $3(4 - 1)^2 - 4 \times 5 + 6$,

b. $4 \left(2 + \frac{6}{2} \right) + 4 \frac{6}{4}$.

2. Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

a. $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{3}}$,

b. $\frac{-3/8}{9/4}$,

c. $\frac{-5 + \frac{7}{3}}{5 + \frac{7}{3}} \left(-\frac{11}{16} \right)$,

d. $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{3}}$,

e. $\frac{-3}{\frac{5}{8} - \frac{7}{10}}$.

3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Calculer :

a. $f(-3)$,

b. $f(2\pi)$,

c. $f\left(\frac{3}{7}\right)$,

d. $f(2 + \sqrt{5})$,

e. $f(\pi^3)$.

4. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x \frac{2x + 1}{\pi^2}$. Calculer :

a. $g(3)$,

b. $g\left(\frac{2}{7}\right)$,

c. $g(-3)$,

d. $g\left(1 + \frac{5}{3}\right)$,

e. $g\left(\pi^3 - \frac{1}{2}\right)$.

5. Calculer :

a. $\frac{\sqrt{5+5}}{\sqrt{5}}$,

b. $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)$,

c. $\frac{\sin(\frac{\pi}{3})}{\sin(\frac{\pi}{4})}$.

Exercice 2 Puissances de 10

Écrire sous la forme 10^n où n est un entier relatif :

1. $10^{-4} \times 10^7 \times 10$,
2. $10^3 \times (10^{-4})^5$,
3. $\frac{10^{-7}}{10^{-5}}$,
4. $\frac{(10^8)^3}{10^{-7}} \times \frac{0,001 \times (10^8)^{-3}}{10^{-7}}$,
5. $\frac{10^3}{10^{-5}} \times \frac{10^{-10}}{10^6}$.

Exercice 3 Quelques transformations d'écriture

1. x désignant un réel quelconque, développer, réduire et ordonner :
 - a. $2[x(x+3)] - (3x+1)$,
 - b. $(3x-1)(2x+5) - (2x+5)$,
 - c. $3(2x+1)^2 + (3x-4)^2$.
2. x désignant un réel quelconque, factoriser :
 - a. $x(3x-1) - 5x(8x-1)$,
 - b. $(2x-1)(x+5) - (x-5)(6x-3)$,
 - c. $(5x+7)^2 - (3x-1)^2$.
3. x et y désignant des nombres réels strictement positifs, simplifier :
 - a. $\frac{x+xy}{xy}$,
 - b. $\frac{x+x^2}{x}$.
4. x désignant un nombre réel strictement plus grand que 2, simplifier $\frac{x+x(x-2)}{x(x-2)}$.
5. Montrer $\sqrt{29+12\sqrt{5}} = 3+2\sqrt{5}$.

Exercice 4 Quelques équations à une inconnue

Déterminer les solutions réelles de chacune des équations suivantes. *On ne demande pas de valeurs approchées des solutions mais les valeurs exactes. Les expressions finales doivent être simplifiées au maximum. On pourra donner l'ensemble des solutions.*

1. $2x+3=8x+5$,
2. $\frac{x}{2}-1=\frac{x}{3}-2$,
3. $(7x+8)-(3x-20)=0$,
4. $(-7x+8)(3x-20)=0$,
5. $(x+1)(7x+8)-(x+1)(3x+20)=0$,
6. $x(7x+8)=x(-3x+20)$,

7. $\frac{5}{x} = -2,$
8. $x^2 - \frac{9}{16} = 0,$
9. $\frac{1}{x} + \frac{1}{\pi} = \frac{1}{\sqrt{2}},$
10. $(5 + x)^2 = 100,$
11. $9 = \frac{x\pi}{\sqrt{7}},$
12. $3x^2 = -2x,$
13. $7 = \frac{1}{4\pi x},$
14. $8 = \sqrt{\frac{3x}{7}},$
15. $x^2 + 7 = 3,$
16. $\frac{4 + 3\pi}{2x + 1} = -3,$
17. $x^2 = \pi^2 + 9,$
18. $\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\pi} = \frac{1}{x},$
19. $\frac{6}{3x - 1} = 0,$
20. $\frac{7}{6} + \sqrt{3x - 1} = \frac{11}{9}.$

« Résultats »

Exercice 1

1a 13 , 1b 26 , 2a $\frac{6}{5}$, 2b $-\frac{1}{6}$, 2c $\frac{1}{4}$, 2d $\frac{2}{15}$, 2e 40 , 3a 20 , 3b $4\pi^2 - 6\pi + 2$, 3c $\frac{44}{49}$, 3d $5 + \sqrt{5}$,
3e $\pi^6 - 3\pi^2 + 2$, 4a $\frac{21}{\pi^2}$, 4b $\frac{22}{49\pi^2}$, 4c $\frac{15}{\pi^2}$, 4d $\frac{152}{9\pi^2}$, 4e $2\pi^4 - \pi$, 5a $\sqrt{2}$, 5b $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, 5c $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \left(= \frac{\sqrt{6}}{2} \right)$.

Exercice 2

1 10^4 , 2 10^{-17} , 3 10^{-2} , 4 10^{11} , 5 10^{-8} .

Exercice 3

1a $2x^2 + 3x - 1$, 1b $6x^2 + 11x - 10$, 1c $21x^2 - 12x + 19$.

2a $x(-37x + 4) = -x(37x - 4)$, 2b $-2(2x - 1)(x - 10)$, 2c $4(4x + 3)(x + 4)$.

3a $\frac{1+y}{y} \left(= 1 + \frac{1}{y} \right)$, 3b $1 + x$, 4 $\frac{x-1}{x-2}$.

Exercice 4 (*Ensembles des solutions*)

1 $\left\{ -\frac{1}{3} \right\}$, 2 $\{-6\}$, 3 $\{-7\}$, 4 $\left\{ \frac{8}{7}, \frac{20}{3} \right\}$, 5 $\{-1, 3\}$, 6 $\left\{ 0, \frac{6}{5} \right\}$, 7 $\left\{ -\frac{5}{2} \right\}$, 8 $\left\{ \frac{3}{4}, -\frac{3}{4} \right\}$, 9 $\left\{ \frac{\pi\sqrt{2}}{\pi - \sqrt{2}} \right\}$,
10 $\{5, -15\}$, 11 $\left\{ \frac{9\sqrt{7}}{\pi} \right\}$, 12 $\left\{ 0, -\frac{2}{3} \right\}$, 13 $\left\{ \frac{1}{28\pi} \right\}$, 14 $\left\{ \frac{448}{3} \right\}$, 15 $\emptyset$, 16 $\left\{ -\frac{7}{6} - \frac{\pi}{2} \right\}$,
17 $\left\{ \sqrt{\pi^2 + 9}, -\sqrt{\pi^2 + 9} \right\}$, 18 $\left\{ \frac{\pi\sqrt{3}}{\pi - \sqrt{3}} \right\}$, 19 $\emptyset$, 20 $\left\{ \frac{325}{972} \right\}$.